

סדנת ריענון במתמטיקה למדעים והנדסה

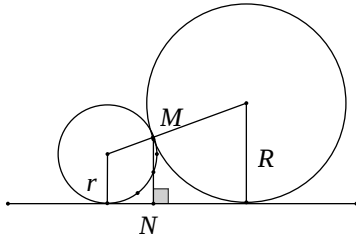
פרק 22 - גיאומטריה אוקלידית - שאלות חזרה

תוכן העניינים

1. שאלות מסכמות הכוללות פרופורציה ודמיון.....1
2. שאלות מסכמות ללא פרופורציה.....11

שאלות מסכמות הכוללות פרופורציה ודמיון:

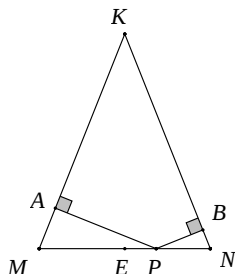
שאלות:



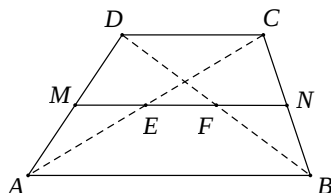
- (1) שני מעגלים משיקים זה לזה בנקודה M. רדיוס המעגל הגדול הוא R ורדיוס המעגל הקטן הוא r. מעבירים משיק משותף לשני המעגלים. MN הוא המרחק שבין נקודת ההשקה של שני המעגלים לבין המשיק המשותף שלהם. הוכח כי: $MN = \frac{2R \cdot r}{R + r}$.

(2) ענה על השאלות הבאות:

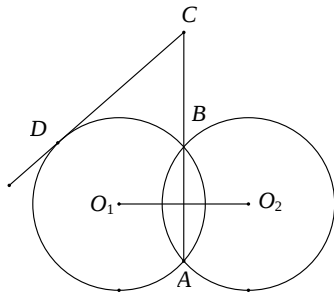
- א. הוכח כי במשולש ישר זווית בעל זווית חדה בת 30° , הניצב שמול הזווית שווה למחצית היתר.
 ב. בטרפז שווה שוקיים ABCD האלכסונים ניצבים לשוקיים. הוכח כי אם הזווית החדה בטרפז שווה ל- 60° , אזי נקודת מפגש האלכסונים מחלקת כל אלכסון ביחס של 1:2.



- (3) $\triangle KMN$ הוא משולש שווה שוקיים ($KM = KN$). מנקודה כלשהי P הנמצאת על הבסיס KN מורידים אנך לשוק KM ואנך לשוק KN החותכים אותן בנקודות A ו-B בהתאמה. א. הוכח כי KAPB הוא מרובע בר חסימה. ב. הסבר מדוע הנקודה E הנמצאת באמצע הבסיס MN, נמצאת על היקף המעגל החוסם את המרובע KAPB.



- (4) נסח והוכח את משפט קטע אמצעים בטרפז. MN הוא קטע אמצעים בטרפז ABCD ($AB \parallel CD$). נסמן: $AB = a$, $CD = b$. הוכח כי: $EF = \frac{1}{2}(a - b)$.



(5) שני מעגלים שווים, O_1 ו- O_2 , שמחוגיהם שווים ל-10 ס"מ, נחתכים בנקודות A ו-B. מהנקודה C שעל המשך המיתר המשותף AB של שני המעגלים יוצא המשיק CD לאחד מהמעגלים. נתון כי: $CD = 9\sqrt{5}$ ס"מ. ו-16 ס"מ O_1O_2 . חשב את אורך הקטע CB. (היעזר בעובדה ש-AB חוצה את הקטע O_1O_2 ומאונך לו).

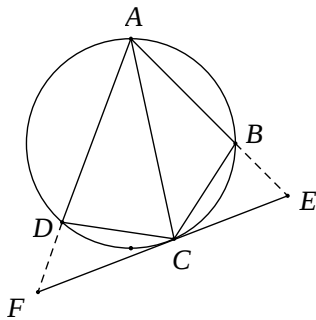
(6) ענה על השאלות הבאות:

א. הוכח את המשפט: שני מיתרים הנחתכים בתוך מעגל מחלקים זה את זה, כך שמכפלת קטעי האחד שווה למכפלת קטעי האחר.

ב. במעגל שרדיוסו R , הקוטר AB מאונך למיתר CD .

הקוטר והמיתר נחתכים בנקודה E. נתון כי $\frac{AE}{BE} = \frac{1}{4}$

הבע את שטח המשולש ADC באמצעות R .



(7) ענה על השאלות הבאות:

א. הוכח כי: במרובע חסום במעגל, סכום הזוויות הנגדיות שווה ל- 180° .

ב. מרובע ABCD חסום במעגל.

AC חוצה את הזווית DAB.

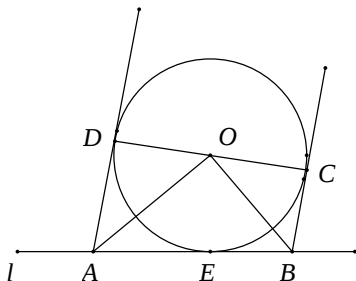
בנקודה C מעבירים משיק למעגל.

המשכי הצלעות AB ו-AD חותכים את המשיק
בנקודות E ו-F בהתאמה.

i. הוכח כי: $\angle CDF = \angle ABC$.

ii. הוכח כי: $\Delta CDF \sim \Delta ABC$.

ג. נתון 9 ס"מ AB , 4 ס"מ DF . חשב את אורך הקטע BC .



(8) מעגל O משיק לישר l בנקודה E .

CD הוא קוטר במעגל.

בנקודה C מעבירים משיק למעגל החותך

את הישר / בנקודה B.

בנקודה D מעבירים משיר למעגל החותך

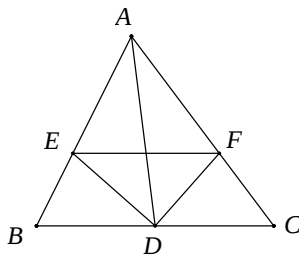
את הישר l בנקודה A .

א. הוכח כי: $\angle AOB = 90^\circ$.

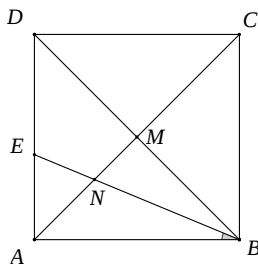
ב. הוכח כי: $\Delta AOE \sim \Delta OBE$.

ג. נתון כי: $R = 6$ ס"מ, $AB = 13$ ס"מ, $BE < AE$.

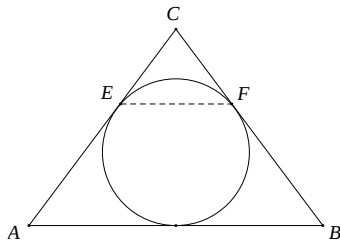
חשב את אורכי הקטעים BE ו-AE.



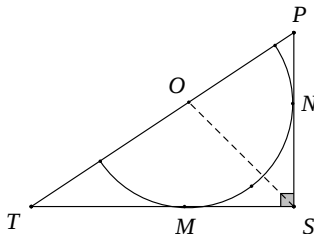
- (9) במשולש ABC נתון כי AD הוא התיכון לצלע BC.
DE הוא חוצה הזווית $\angle ADB$, DF הוא חוצה הזווית $\angle ADC$ (ראה ציור).
הוכח כי: $EF \parallel BC$.



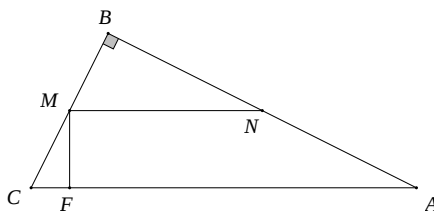
- (10) בריבוע ABCD נתון כי: אלכסונו נפגשים בנקודה M.
BE חוצה את הזווית $\angle DBA$ וחותך את האלכסון AC בנקודה N (ראה ציור).
א. מצא את היחס $\frac{DE}{AE}$ ואת היחס $\frac{MN}{AN}$.
ב. הוכח כי המשולש ENA הוא משולש שווה שוקיים והוכח כי $DE = 2 \cdot MN$.



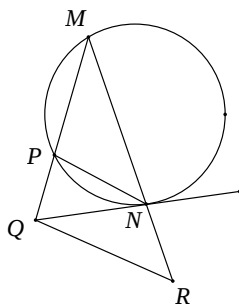
- (11) במשולש שווה שוקיים ABC נתון כי:
 $AB = 24$ ס"מ, $AC = BC = 20$ ס"מ.
במשולש זה חסום מעגל, המשיק לשתי השוקיים בנקודות E ו-F.
א. הוכח כי EF מקביל לבסיס.
ב. חשב את אורך הקטע EF.



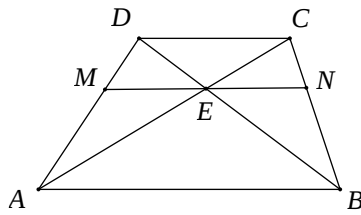
- (12) במשולש ישר זווית $\triangle PST$, $\angle PST = 90^\circ$.
חסום חצי מעגל שמרכזו O נמצא על יתר PT.
א. הוכח כי OS חוצה את הזווית $\angle PST$.
ב. נתון כי: $PS = 18$ ס"מ ו- $TS = 24$ ס"מ.
חשב את אורכי הקטעים OP ו-OT.



- (13) במשולש ABC, בו $\angle B = 90^\circ$. נתון כי:
 $AB = 16$ ס"מ, $BC = 12$ ס"מ, $FC = 6$ ס"מ.
הקטע FM מאונך ליתר AC, והקטע MN מקביל ליתר AC.
חשב את אורך הקטע MN.



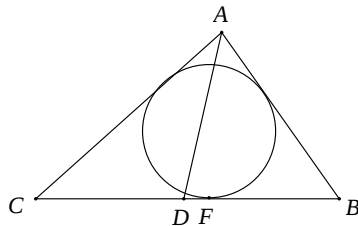
- (14) משולש MPN חסום במעגל.
ישר NQ משיק למעגל זה בנקודה N.
נתון כי: $NP \parallel RQ$ (ראה ציור).
א. הוכח כי $\triangle QRN \sim \triangle MRQ$.
ב. נתון כי: $MN = 5$ ס"מ ו- $RN = 4$ ס"מ.
חשב את RQ.



15) בטרפז $ABCD$, $(AB \parallel CD)$.

נתון כי: $DC = 9$ ס"מ, $AB = 18$ ס"מ.
דרך נקודת מפגש האלכסונים E , מעבירים
ישר MN המקביל לבסיסי הטרפז.
מצא את אורכו של MN .

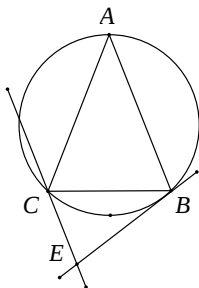
16) ענה על השאלות הבאות:



א. הוכח: חוצה זווית במשולש מחלק את הצלע
שמול הזווית חלוקה פנימית לפי היחס של
שתי הצלעות הכולאות את הזווית.

ב. המעגל החסום במשולש ABC משיק
בנקודה F לצלע CB .

נתון כי: $BF = 4$ ס"מ, $CF = 7$ ס"מ.
 AD חוצה הזווית $\angle CAB$ ומחלק את
הקטע CB לשני קטעים המתייחסים זה לזה כמו 2:3.
חשב את אורכי הצלעות AC ו- AB .

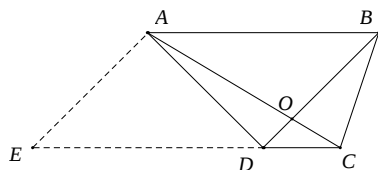


17) משולש שווה שוקיים ABC , $(AB = AC)$ חסום במעגל.

דרך קדקוד B עובר משיק למעגל. דרך קדקוד C
עובר ישר המקביל ל- AB וחותך את המשיק
בנקודה E (ראה ציור).

א. הוכח: $\triangle ABC \sim \triangle CBE$.

ב. נתון כי: $AC = 27$ ס"מ ו- $CE = 12$ ס"מ.
חשב את אורך הקטע BC .



18) בטרפז $ABCD$, $(AB \parallel CD)$ נתון כי: $AB = 3CD$.

אלכסוני הטרפז נפגשים בנקודה O .
דרך נקודה A מעבירים מקביל ל- BD ,
החותך את המשך הצלע CD בנקודה E (ראה ציור).
נסמן את שטח המשולש DOC באמצעות S .
הבע את שטח הטרפז $ABCE$ באמצעות S .

19) $ABCD$ הוא טרפז שווה שוקיים $(AB \parallel CD, AD = BC)$.

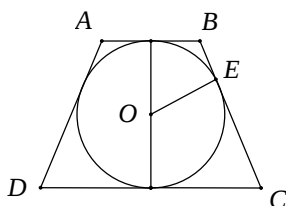
O הוא מרכז המעגל החסום בטרפז

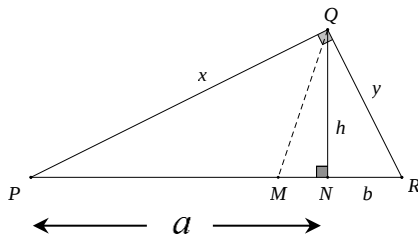
ו- E היא נקודת ההשקה של השוק BC

עם המעגל O (ראה ציור).

א. הוכח כי $OE^2 = BE \cdot EC$.

ב. הוכח כי הגובה בטרפז שווה שוקיים החוסם
מעגל הוא הממוצע ההנדסי של שני הבסיסים
של הטרפז.





(20) במשולש ישר-זווית ΔPQR , ($\angle PQR = 90^\circ$).

נתון: h הוא הגובה ליתר, x ו- y הם הניצבים, a ו- b הם היטלי הניצבים x ו- y בהתאמה (ראה ציור).

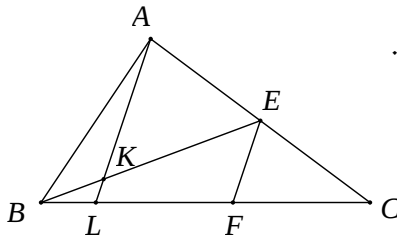
א. הוכח כי הגובה ליתר הוא ממוצע גאומטרי של היטלי הניצבים על היתר: $h = \sqrt{ab}$.

ב. הוכח כי כל ניצב הוא ממוצע גיאומטרי של היתר והיטל הניצב על

היתר: $x = \sqrt{a(a+b)}$, $y = \sqrt{b(a+b)}$.

ג. מקדקוד Q מעבירים חוצה זווית החותך את היתר PR בנקודה M.

הוכח כי: $PM : MR = \sqrt{a} : \sqrt{b}$.



(21) במשולש ABC התיכון BE והקטע AL נחתכים בנקודה K. הקטע EF מקביל ל-AL (ראה ציור).

נתון כי: $LC = 5 \cdot BL$.

א. הוכח כי: $LF = 2.5 \cdot BL$.

ב. הוכח כי: $\frac{BK}{BE} = \frac{2}{7}$.

(22) ענה על השאלות הבאות:

א. הוכח את המשפט: היחס בין השטחים של שני משולשים דומים שווה לריבוע יחס הדמיון.

במקבילית ABCD נקודה E נמצאת על

הצלע BC, כך ש- $BE : CE = 2 : 3$.

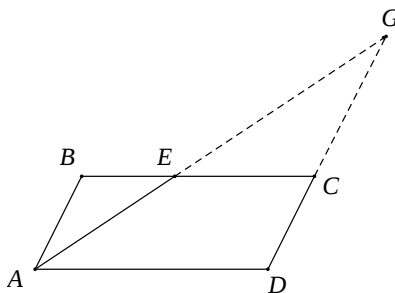
המשך הקטע AE חותך את המשך

הצלע DC בנקודה G.

ב. נתון: $S_{\Delta CEG} = 18$ סמ"ר.

i. חשב את שטח המשולש ΔABE .

ii. חשב את שטח המשולש ΔABC .



(23) ענה על השאלות הבאות:

א. הוכח כי: במשולשים דומים היחס בין הגבהים המתאימים שווה ליחס הדמיון של המשולשים.

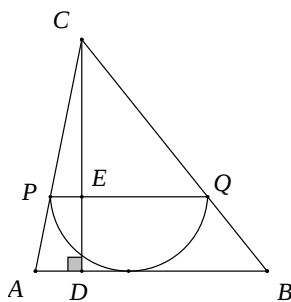
ב. במשולש ABC חסום חצי מעגל שרדיוסו 6 ס"מ.

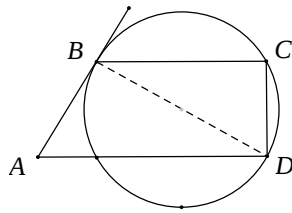
קוטר המעגל PQ מקביל לצלע AB.

CD הוא גובה במשולש ΔABC וחותר את

הקוטר PQ בנקודה E (ראה ציור).

נתון כי: $AB = 20$ ס"מ. חשב את אורך הקטע CE.





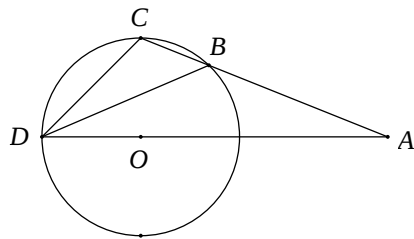
24) ABCD הוא טרפז ($AD \parallel BC$).

הצלעות BC ו-AD הן מיתרים במעגל.
הצלע AB משיקה למעגל בנקודה B (ראה ציור).

א. הוכח כי: $\triangle ABD \sim \triangle DCB$.

ב. נתון כי: $BC = 5$ ס"מ, $AD = 12.8$ ס"מ.

חשב את אורך האלכסון BD.



25) מנקודה A הנמצאת מחוץ למעגל שרדיוסו R,

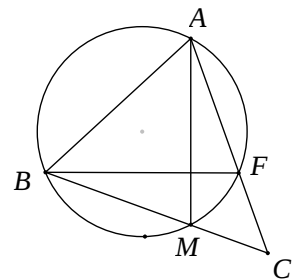
מעבירים חותך ABC וחותר AOD,

שעובר דרך מרכז המעגל O,

כך ש- $\angle CDB = \angle BDA = \angle BAD = \alpha$.

נתון גם: $BC = n$, $AB = m$.

הוכח כי: $DC^2 = n^2 + m \cdot n$.



26) ענה על השאלות הבאות:

א. הוכח כי חותכים למעגל היוצאים מנקודה

אחת מחוץ למעגל יוצרים קטעים

פרופורציוניים כך שמכפלת כל החותך

בחלקו מחוץ למעגל היא גודל קבוע.

ב. נתון משולש ABC. מעגל העובר דרך

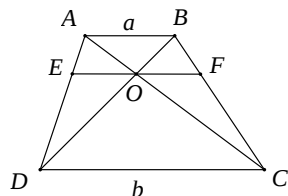
הקדקודים A ו-B, חותך הצלעות AC ו-BC

בנקודות F ו-M בהתאמה.

i. הוכח כי $\triangle ACM \sim \triangle BCF$.

ii. נתון כי: $BC = 48$ ס"מ, $AC = 40$ ס"מ, $AF = 16$ ס"מ.

מצא את אורך המיתר BM.



27) בטרפז ABCD אורך הבסיס AB הוא a

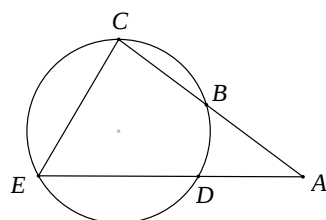
ואורך הבסיס CD הוא b.

אלכסוני הטרפז נפגשים בנקודה O.

דרך הנקודה O מעבירים מקביל לבסיסים

החותך את AD בנקודה E ואת BC בנקודה F.

הוכח כי מתקיים: $EO = FO = \frac{ab}{a+b}$.



28) מנקודה A מעבירים שני חותכים למעגל,

חותך ABC וחותר ADE, כך שהנקודה B

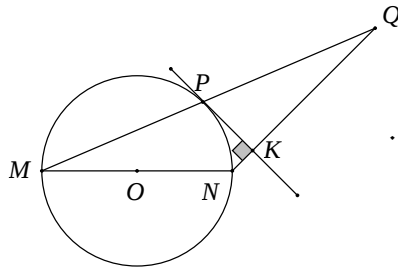
נמצאת באמצע הקשת $\widehat{CD}$, ו- $\angle CED = 2\angle CAD$.

(ראה ציור).

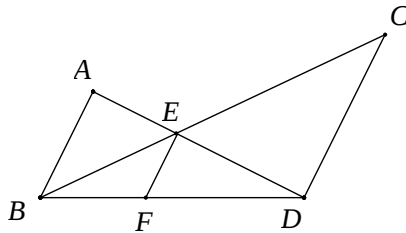
א. הוכח: $\triangle ECB \sim \triangle ACE$.

ב. נתון כי: $BC = 4$ ס"מ, $AC = 9$ ס"מ.

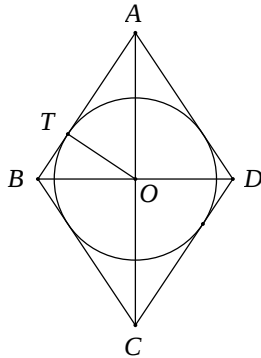
חשב את אורך הקטע CE.



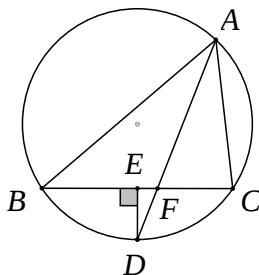
- (29) MN הוא קוטר במעגל שמרכזו O.
PK משיק למעגל בנקודה P ומאונך ל-NQ.
הנקודה Q נמצאת על המשך המיתר MP (ראה ציור).
א. הוכח כי: $MP \cdot KN = PK \cdot PN$.
ב. הוכח כי: $MP = PQ$.



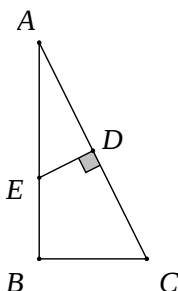
- (30) בציור נתון כי: $AB \parallel EF \parallel CD$.
הוכח כי: $\frac{1}{EF} = \frac{1}{AB} + \frac{1}{DC}$.



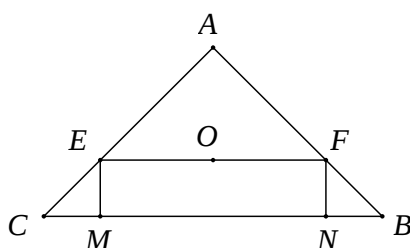
- (31) ענה על השאלות הבאות:
א. הוכח כי: הגובה ליתר במשולש ישר-זווית מחלק את המשולש לשני משולשים, שכל אחד מהם דומה למשולש כולו.
ב. מעוין ABCD חוסם מעגל שמרכזו O-
נתון כי אורך הרדיוס המעגל OT הוא 24 ס"מ ואורך צלע המעוין הוא 50 ס"מ.
מצא את אורך האלכסון BD, $(BD < AC)$.



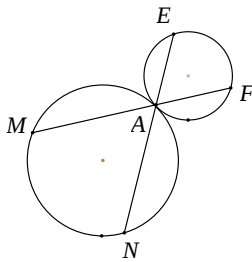
- (32) משולש ABC חסום במעגל.
חוצה זווית $\angle BAC$ חותך את המעגל בנקודה D ואת הצלע BC בנקודה F (ראה ציור).
מנקודה D הורד אנך על הצלע CB החותך אותה בנקודה E.
נתון כי: $AB:AC = 5:3$.
הוכח כי: $BC = 8 \cdot EF$.



- (33) הנקודה D היא אמצע היתר AC במשולש ישר זווית ABC, $(\angle B = 90^\circ)$.
בנקודה D מעלים אנך לצלע AC החותך את הניצב AB בנקודה E (ראה ציור).
נתון כי: $AC = 8$ ס"מ, $AB = m$.
הבע את CE ו-BE באמצעות m.



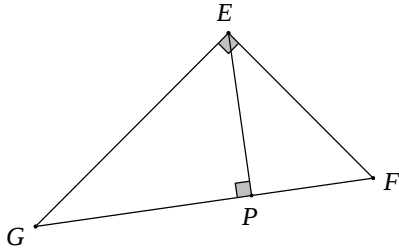
- (34) במשולש ABC נתון כי: $AB = AC = 15$ ס"מ, $CB = 18$ ס"מ.
O דרך מרכז המעגל החסום במשולש עובר הקטע EF המקביל לבסיס BC. EM ו-FN הם אנכים לבסיס BC.
חשב את שטח המלבן EFMN.



35) ענה על השאלות הבאות :

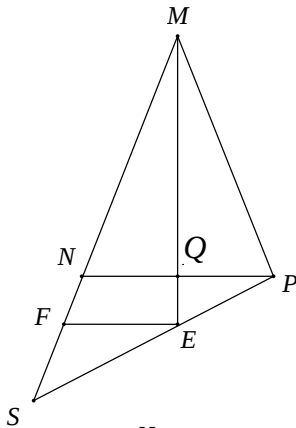
א. הוכח כי הזווית הכלואה בין משיק ומיתר בעלי נקודה משותפת, שווה לזווית ההיקפית הנשענת על מיתר זה.

ב. שני מעגלים משיקים מבחוץ בנקודה A. דרך נקודה זו עוברים שני ישרים, החותכים את המעגלים בנקודות E, F, M, ו-N. הוכח כי : $\triangle AMN \sim \triangle AFE$.



36) במשולש ישר-זווית EFG, $\angle GEF = 90^\circ$, EP הוא הגובה ליתר GF.

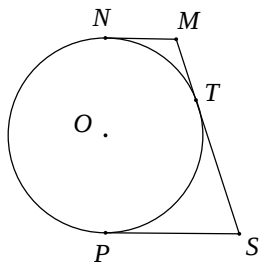
נתון כי : EF = 24 ס"מ, GE = 32 ס"מ. חשב את אורכי הקטעים : EP, GP, PF, GF.



37) MQ הוא התיכון לבסיס במשולש שווה שוקיים $\triangle MNP$ ($MN = MP$). S היא נקודה על המשך הצלע MN.

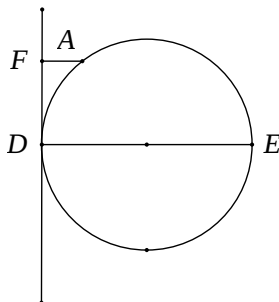
המשך התיכון MQ חותך את הקטע PS בנקודה E. הקטע EF מקביל ל-NP (ראה ציור).

א. הוכח כי : $MP:MS = NF:FS$.
ב. נתון כי : MP = 20 ס"מ, NF = 4 ס"מ. חשב את אורך הקטע FS.



38) NP הוא קוטר במעגל O. MN, MT ו-SP הם משיקים למעגל O בנקודות N, T ו-P בהתאמה.

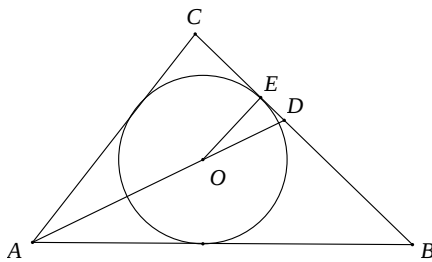
א. הוכח כי : $\angle MOS = 90^\circ$.
ב. הוכח כי רדיוס המעגל שווה ל- $\sqrt{MN \cdot SP}$.



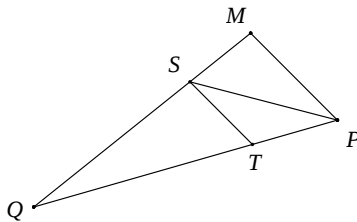
39) DE הוא קוטר במעגל. בנקודה D מעבירים משיק למעגל. מנקודה A, שעל המעגל, מעבירים ישר מקביל לקוטר DE.

הישר חותך את המשיק למעגל בנקודה F (ראה ציור). הוכח כי : $AD^2 = AF \cdot DE$.

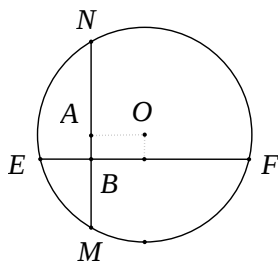
ב. נתון : AF = 4 ס"מ, DE = 9 ס"מ. חשב את שטח הטרפז AFDE.



- (40)** מעגל שמרכזו בנקודה O חסום במשולש ישר-זווית ($\angle C = 90^\circ$) ומשיק לצלע BC בנקודה E. מעבירים את חוצה הזווית AD. נתון כי: $AB = 30$ ס"מ, $AC = 18$ ס"מ. חשב את אורך הקטע DE.



- (41)** במשולש MPQ, PS חוצה את הזווית MPQ, $ST \parallel MP$. נתון כי: $MP = 27$ ס"מ, $PQ = 45$ ס"מ. חשב את אורך הקטע TP.



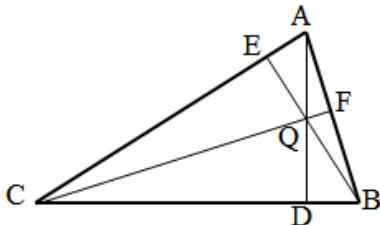
- (42)** ענה על השאלות הבאות:
- הוכח כי המחוג המאונך למיתר המעגל חוצה אותו.
 - בציור שלפניך המיתרים EF ו-MN מאונכים זה לזה. נתון כי: $BE = 3$ ס"מ, $BF = 8$ ס"מ, $BM = 4$ ס"מ.
 - חשב את אורך הקטע BN.
 - מצא את המרחק המיתר EF ממרכז המעגל O.

תשובות סופיות:

- (1) שאלת הוכחה.
- (2) שאלת הוכחה.
- (3) שאלת הוכחה.
- (4) שאלת הוכחה.
- (5) $BD = 15$ ס"מ.
- (6) $S_{\triangle ACD} = \frac{8}{25} R^2$ ב.
- (7) א. שאלת הוכחה. ב. שאלת הוכחה. ג. 6 ס"מ.
- (8) א. שאלת הוכחה. ב. שאלת הוכחה. ג. 4 ס"מ, $BE = 9$ ס"מ, $AE =$
- (9) שאלת הוכחה.
- (10) א. $\frac{MN}{AN} = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\frac{DE}{AE} = \sqrt{2}$ ב. 9.6 ס"מ, $EF =$
- (11) א. שאלת הוכחה.
- (12) א. שאלת הוכחה. ב. $PO = \frac{90}{7}$ ס"מ, $TO = \frac{120}{7}$ ס"מ
- (13) $MN = 3\frac{1}{3}$ ס"מ.
- (14) ב. 6 ס"מ, $RQ =$
- (15) $MN = 12$ ס"מ.
- (16) ב. 6 ס"מ, $AB = 9$ ס"מ, $AC =$
- (17) ב. 18 ס"מ, $BC =$
- (18) $S_{ABCE} = 28S$
- (19) שאלת הוכחה.
- (20) שאלת הוכחה.
- (21) שאלת הוכחה.
- (22) ב. i. 8 סמ"ר ii. 20 סמ"ר.
- (23) ב. 9 ס"מ, $CE =$
- (24) ב. 8 ס"מ, $BD =$
- (25) שאלת הוכחה.
- (26) ב. ii. 28 ס"מ, $BM =$
- (27) שאלת הוכחה.
- (28) ב. 6 ס"מ, $CE =$
- (29) שאלת הוכחה.
- (30) שאלת הוכחה.
- (31) ב. 60 ס"מ, $BD =$
- (32) שאלת הוכחה.
- (33) $BE = \frac{m^2 - 32}{m}$, $CE = \frac{32}{m}$
- (34) $S_{EFNM} = 50.625$ סמ"ר
- (35) שאלת הוכחה.
- (36) $GF = 40$ ס"מ, $PF = 14.4$ ס"מ, $GP = 25.6$ ס"מ, $PE = 19.2$ ס"מ
- (37) ב. 6 ס"מ, $FS =$
- (38) שאלת הוכחה.
- (39) ב. 29.07 סמ"ר, $S_{AFDE} =$
- (40) ב. i. 6 ס"מ ii. 1 ס"מ, $TP = 16.875$ ס"מ
- (41) $TP = 16.875$ ס"מ
- (42) ב. i. 6 ס"מ ii. 1 ס"מ, $DE = 3$ ס"מ

שאלות מסכמות ללא פרופורציה:

שאלות:



(1) במשולש ABC מעבירים את

שלושת הגבהים: AD, BE, CF.

הגבהים נפגשים בנקודה Q.

א. הוכח: $\angle ACF = \angle ABE$.

ב. הוכח כי מרובע QDCE הוא מרובע בר-חסימה.

ג. הוכח: $\angle ADF = \angle ADE$.

(2) במשולש ABC, E אמצע AB, F על BC ו-EF מקביל ל-AC.

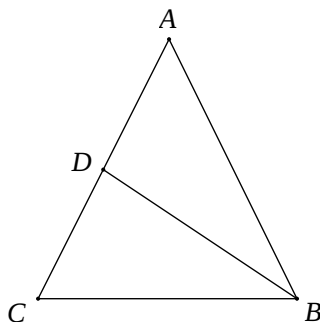
הנקודה G על AC ו-EG מקביל ל-BC.

בלי להשתמש במשפטים על קו אמצעים במשולש הוכח:

א. המשולש AEG והמשולש EBF חופפים.

ב. על פי הסעיף הקודם, הוכח כי קטע במשולש החוצה צלע של המשולש ומקביל

לצלע השלישית במשולש הוא קטע אמצעים.



(3) במשולש שווה שוקיים ABC, $(AB=AC)$,

BD הוא תיכון לשוק AC, $\angle CBD = 30^\circ$.

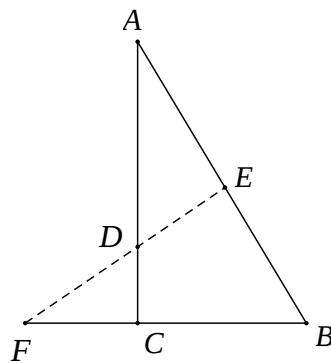
א. הוכח כי משולש ABC הוא משולש שווה צלעות.

(הדרכה: הורד אנכים AF ו-DE לבסיס BC)

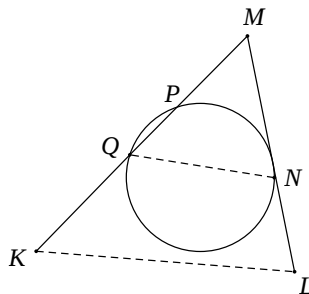
והוכח כי: $DE = \frac{1}{2} AF = \frac{1}{2} BD$.

ב. אם נתון כי אורך התיכון BD הוא a ס"מ,

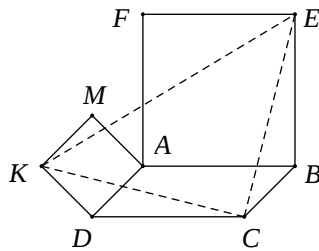
הבע את אורך צלע המשולש ואת שטחו.



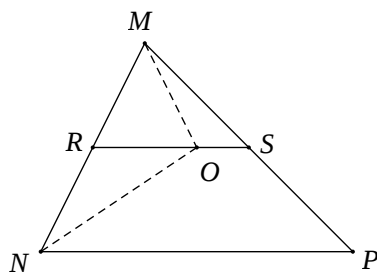
- (4) במשולש ABC ($\angle C = 90^\circ$) הנקודה E מונחת על היתר AB . מהנקודה E מעבירים אנך ליתר, החותך את המשך הניצב BC בנקודה F ואת הניצב AC בנקודה D . נתון כי: $AD = 10$ ס"מ, $AE = 12$ ס"מ, $BE = 8$ ס"מ. הוכח כי: $\triangle ADE \cong \triangle DFC$.



- (5) מנקודה M הנמצאת מחוץ למעגל מעבירים חותך MPQ ומשיק MN . מנקודה K הנמצאת בהמשך MPQ מעבירים ישר מקביל למיתר QN , החותך את המשך המשיק MN בנקודה L . א. הוכח כי: $\angle QNL = \angle NPQ$. ב. הוכח כי המרובע $KPNL$ הוא בר-חסימה.



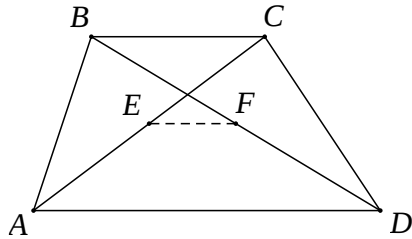
- (6) נתונה מקבילית $ABCD$. על הצלע AB בונים ריבוע $ABEF$ ועל הצלע AD ריבוע $ADKM$. הוכח כי המשולש KCE הוא משולש שווה שוקיים וישר-זווית.



- (7) ענה על השאלות הבאות:
א. הוכח: אם במשולש התיכון לצלע שווה למחצית הצלע אותה הוא חוצה, אזי המשולש הוא משולש ישר זווית.
ב. בציור הנתון: RS הוא קטע אמצעים במשולש MNP . NO הוא חוצה זווית $\angle MNP$. הוכח כי: $\angle MON = 90^\circ$.

(8) הוכח כי במשולש ישר זווית, התיכון ליתר שווה למחצית היתר.

נסח והוכח את המשפט ההפוך למשפט הנ"ל.



(9) בטרפז ABCD ($AD \parallel BC$).

נתון כי: נקודה E נמצאת באמצע

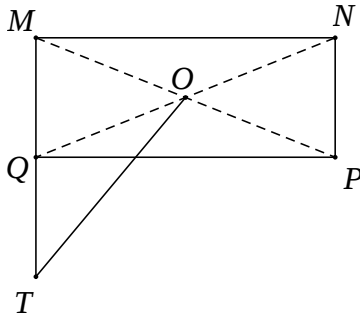
אלכסון AC ונקודה F נמצאת באמצע אלכסון BD.

א. הסבר מדוע קטע האמצעים של

הטרפז ABCD עובר דרך הנקודות E ו-F.

ב. נתון כי: $AD = 4 \cdot EF$.

הוכח כי: $AD = 2 \cdot BC$.



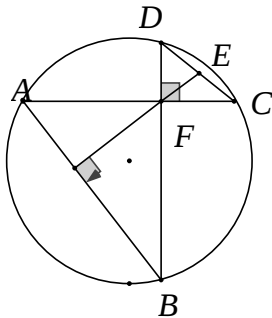
(10) נתון מלבן MNPQ שבו $QN = 2NP$.

אלכסוני המלבן נפגשים בנקודה O.

האריכו את הקטע MQ כאורכו ($QT = MQ$).

א. הוכח כי: $MO \perp OT$.

ב. הוכח כי: $PQ = OT$.



(11) במעגל שבציור נתון כי המיתר AC

מאונך למיתר BD.

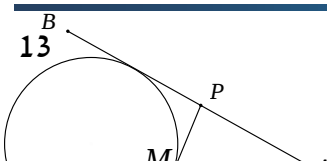
שני המיתרים נחתכים בנקודה F.

דרך הנקודה F מורידים אנך למיתר AB.

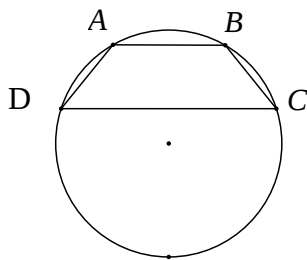
המשכו של האנך חותך את המיתר DC בנקודה E.

הוכח כי: $DE = CE$.

(12) ענה על שתי השאלות הבאות:



- א. הוכח את המשפט : שני משיקים למעגל היוצאים מנקודה אחת חיצונית, שווים באורכם.
- ב. AB ו- AC הם שני משיקים למעגל.
נתון : $AC = a$. נקודה M נמצאת על הקשת $\widehat{BC}$. QP משיק למעגל בנקודה M .
הוכח כי היקף המשולש APQ לא תלוי במקומה של הנקודה M על הקשת $\widehat{BC}$ והוא גודל קבוע השווה ל- $2a$.



13 טרפז $ABCD$ ($AB \parallel CD$) חסום במעגל כך שמרכז

המעגל O נמצא מחוץ לטרפז.

נתון כי : 9 ס"מ $AB =$, 21 ס"מ $CD =$,

גובה הטרפז הוא 8 ס"מ. רדיוס המעגל הוא R .

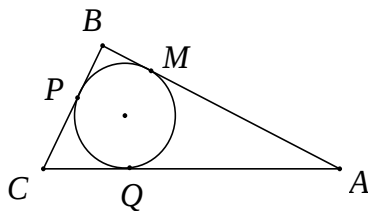
א. הבע באמצעות R את המרחק

ממרכז המעגל O :

i. לבסיס הקטן של הטרפז AB .

ii. לבסיס הגדול של הטרפז CD .

ב. חשב את גודלו של רדיוס המעגל R .



14 במשולש ישר זווית ABC , $(\widehat{ABC} = 90^\circ)$.

חוסמים מעגל כך שנקודות ההשקה הן P ו- Q .

כמו כן, נתון כי : $AQ = 2a$ ו- $QC = a$.

הבע את היקף המשולש ABC באמצעות a .

תשובות סופיות:

(1) שאלת הוכחה.

(2) שאלת הוכחה.

(3) א. שאלת הוכחה. ב. אורך צלע המשולש : $\frac{2}{3}\sqrt{3}a$, שטח המשולש : $\frac{1}{3}\sqrt{3}a^2$.

(4) שאלת הוכחה.

(5) שאלת הוכחה.

(6) שאלת הוכחה.

(7) שאלת הוכחה.

(8) שאלת הוכחה.

(9) שאלת הוכחה.

(10) שאלת הוכחה.

(11) שאלת הוכחה.

(12) שאלת הוכחה.

(13) א. i. $\sqrt{R^2 - 4.5^2}$.ii. א. $\sqrt{R^2 - 10.5^2}$. ב. 10.625 ס"מ $R =$.

(14) $a(3 + \sqrt{17})$.